Trust-Region- und Quasi-Newton-Verfahren

(Handout zum Vortrag vom 2018-01-08, Laslo Hunhold, Seminar zu „industriellen Anwendungen“ bei PD Dr. Thomas Mrziglod, Bayer AG, Leverkusen)

Problem

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) \\ \text{gemäß} \quad & x \in \Omega \end{aligned}$$

Ziel

$$\text{Finde } x^\star \text{ mit } \nabla f(x^\star) = 0$$

Algorithmen

Liniensuchverfahren

- Steilster Abstieg $p_k^S = -\frac{\nabla f_k}{\|\nabla f_k\|}$
- Newton-Richtung $p_k^N = -\nabla^2 f_k^{-1} \nabla f_k$
- Quasi-Newton-Verfahren $p_k^{QN} = -B_k^{-1} \nabla f_k$
  - BFGS $B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k}$
    - B_k positiv definit
    - Global superlinear konvergent
  - SR1 $B_{k+1} = B_k + \frac{(y_k - B_k s_k)(y_k - B_k s_k)^T}{s_k^T (y_k - B_k s_k)}$
    - B_k i.A. nicht positiv definit
    - Nützlich für Trust-Region-Quasi-Newton-Verfahren

Trust-Region-Verfahren

- $p_k = \text{argmin}_{\|p\| \leq \Delta_k}(m_k(p))$ mit $m_k(p) = f_k + (\nabla f_k)^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p$
- Lineares Problem $p_k^L = -\Delta_k \frac{\nabla f_k}{\|\nabla f_k\|}$
- Trust-Region-Newton-Verfahren $B_k = \nabla^2 f_k$
- Trust-Region-Quasi-Newton-Verfahren
  - SR1, da B_k positiv definit nicht nötig
- Cauchy-Punkt $p_k^C = \tau_k p_k^L$
  - Führt auf globale Konvergenz