Moderne Methoden der Signalanalyse

Laslo Hunhold
Universität zu Köln

2. Februar 2019

29. Rhein-Ruhr-Workshop 2019
Bergkloster Bestwig, Deutschland

[GPHX17] Guo, B., S. Peng, X. Hu und P. Xu: *Complex-valued differential operator-based method for multi-component signal separation*.
Signal Processing, 132:66–76, 2017.
https://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.09.015.

[HSL+98] Huang, N. E., Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung und H. H. Liu: *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis*.
Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 454:903–995, 1998.
https://dx.doi.org/10.1098/rspa.1998.0193.

[Hun19] Hunhold, L.: *Modern Methods for Signal Analysis: Empirical Mode Decomposition Theory and Hybrid Operator-Based Methods Using B-Splines*.
Masterarbeit, Universität zu Köln, 2019.
In Vorbereitung.

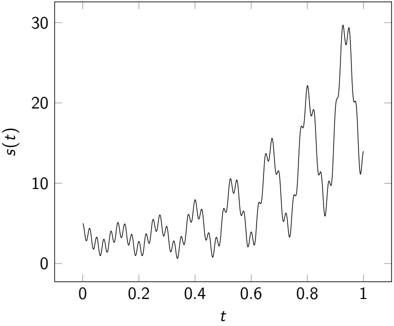
[PH10] Peng, S. und W. Hwang: *Null Space Pursuit: An Operator-based Approach to Adaptive Signal Separation*.
IEEE Transactions on Signal Processing, 58(5):2475–2483, 2010.
https://dx.doi.org/10.1109/TSP.2010.2041606.

Einleitung

Gängige Verfahren

Ziel: „Additive“ Zerlegung des Mehrkomponentensignals $s(t)$ [Hun19]

Motivation: Datenanalyse und -kompression



- Fourier-Transformation
  - Zerlegung in gewichtete ω-Schwingungsterme $\exp(i\omega t)$
  - „Globale“ Frequenz
  - Anwendung: (stückweise) stationäre Signale
- Wavelet-Transformation
  - Zerlegung in gewichtete Wavelet-Basisfunktionen (kompakter Träger)
  - „Lokale“ Frequenz
  - Anwendung: nichtlineare, nichtstationäre Signale

Problem: Momentanfrequenz nicht bestimmbar, also Zeit-Frequenz-Auflösung unscharf.

Empirical Mode Decomposition

Intrinsic Mode Function (IMF) [HSL+98] [Hun19]

Intrinsic Mode Function (IMF)

$$u(t) := a(t) \cdot \cos(\phi(t))$$

mit

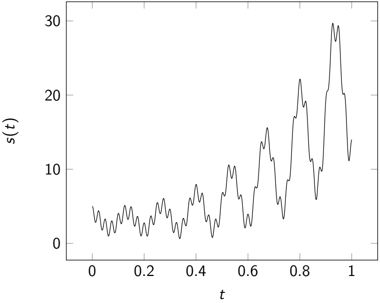
- $a \geq 0$
- $\phi' > 0$
- a, ϕ „variieren langsam“

Physikalische Bezeichnungen

- a : Amplitude
- ϕ : Phase
- ϕ' : Frequenz

Empirical Mode Decomposition

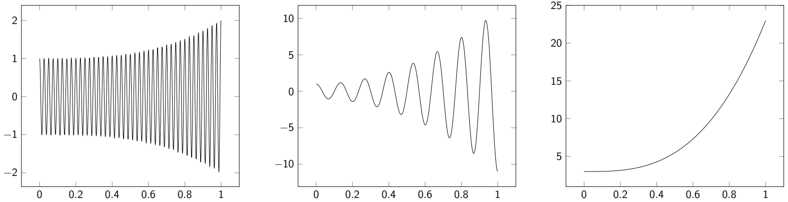
Additive Zerlegung in Intrinsic Mode Functions (IMFs) [HSL+98]



$$s(t) = \left[\sum_{k=0}^{M} u_k(t)\right] + r_{M+1}(t)$$

$u_k(t)$: Intrinsic Mode Function

$r_{M+1}(t)$: Residuum

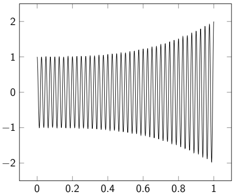


(a) $u_0(t)$ (b) $u_1(t)$ (c) $r_2(t)$

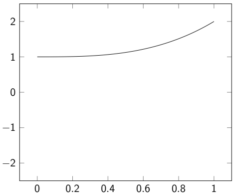
[Hun19]

Empirical Mode Decomposition

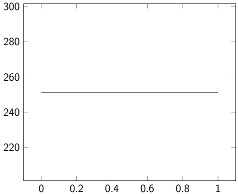
Amplitude und Frequenz aus IMFs [HSL+98]



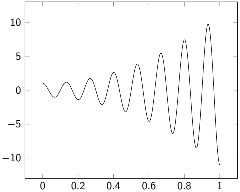
(d) $u_0(t) = a_0(t) \cdot \cos(\phi_0(t))$



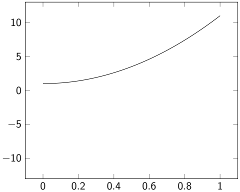
(e) $a_0(t)$



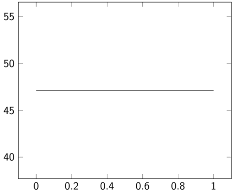
(f) $\phi_0'(t)$



(g) $u_1(t) = a_1(t) \cdot \cos(\phi_1(t))$



(h) $a_1(t)$

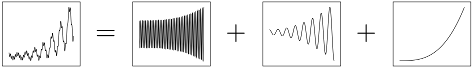


(i) $\phi_1'(t)$

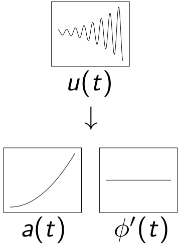
Ergebnis: Momentanfrequenz und -amplitude, scharfe Zeit-Frequenz-Auflösung. [Hun19]

Empirical Mode Decomposition

Ansatz

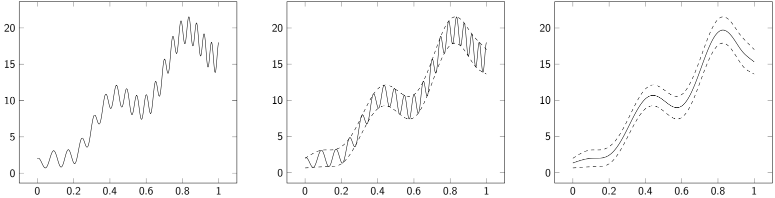


1. Teilproblem (Additive Zerlegung in IMFs)
   - „Sifting“ [HSL+98] oder
   - Operator-Based Signal Separation (OSS) [PH10]: Löse
$$\min_{u \text{ IMF}} \|s - u\|_2^2$$
2. Teilproblem (Amplitude und Frequenz aus IMFs)
   - Klassisches Verfahren [HSL+98] oder
   - Null-Space-Pursuit (NSP) [GPHX17]: Nutze Differentialoperator $\mathcal{D}_{a,\phi}$ mit
$$\mathcal{D}_{a,\phi}(a \cdot \cos(\phi)) = 0$$
und löse
$$\min_{a,\phi} \|\mathcal{D}_{a,\phi} u\|_2^2$$



Sifting

Vorgehen [HSL+98]



(j) Eingangssignal s (k) Einhüllende a_+, a_- (l) r_1 Mittelwert a_+, a_-

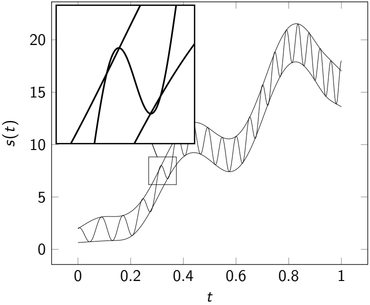
Berechne direkt

$$u_0 = s - r_1$$
$$a_0 = a_+ - r_1$$

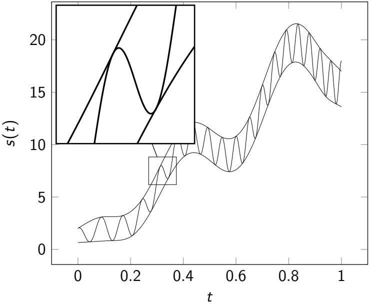
Berechne ϕ_0 mit vereinfachtem NSP mit $\mathcal{D}_{1,\phi}$ angewendet auf $u_0/a_0 = \cos(\phi_0)$ [Hun19].

Sifting

Bestimmung der Einhüllenden



(m) Klassische Methode (Interpolation der lokalen Maxima) [HSL+98]



(n) Iterative Slope Methode [Hun19]

Ergebnisse [Hun19]

Formalisiertes EMD-Optimierungsproblem

- Nicht konvex, aber
- „fast konvex“ und Slater-regulär ($\rightarrow$ starke Dualität)
- Theoretische Rechtfertigung für NSP+OSS

Hybride Verfahren

- Vereinigung von NSP und Sifting-Verfahren
- C-Toolbox
- Iterative Slope Methode löst Intersektionsproblem
- Fehler der Iterative Slope Methode $\sim$ 1 Größenordnung kleiner als beim klassischen Verfahren